עקרונות שפות תכנות -- דף נוסחאות, סמסטר א', 2024/2025

1. כללי הסמנטיקה הטבעית:
   (א) ass: $\frac{}{\langle x := a, s\rangle \to s\left[x \mapsto A\left[a\right]s\right]}$
   (ב) $skip$: $\frac{}{\langle skip, s\rangle \to s}$
   (ג) $comp$: $\frac{\langle S_1, s\rangle \to s', \langle S_2, s'\rangle \to s''}{\langle S_1; S_2, s\rangle \to s''}$
   (ד) if^{tt}: $\frac{\langle S_1, s\rangle \to s'}{\langle if\, b\, then\, S_1\, else\, S_2, s\rangle \to s'}$ אם $B\left[b\right]s = tt$
   (ה) if^{ff}: $\frac{\langle S_2, s\rangle \to s'}{\langle if\, b\, then\, S_1\, else\, S_2, s\rangle \to s'}$ אם $B\left[b\right]s = ff$
   (ו) $while^{tt}$: $\frac{\langle S, s\rangle \to s' \quad \langle while\, b\, do\, S, s'\rangle \to s''}{\langle while\, b\, do\, S, s\rangle \to s''}$ אם $B\left[b\right]s = tt$
   (ז) $while^{ff}$: $\frac{}{\langle while\, b\, do\, S, s\rangle \to s}$ אם $B\left[b\right]s = ff$
2. כללי הסמנטיקה האקסיומטית:
   (א) ass_p: $\frac{}{\left\{P\left[x \mapsto A\left[a\right]\right]\right\} x := a \left\{P\right\}}$
   (ב) $skip_p$: $\frac{}{\left\{P\right\} skip \left\{P\right\}}$
   (ג) $comp_p$: $\frac{\left\{P\right\} S_1 \left\{Q\right\} \quad \left\{Q\right\} S_2 \left\{R\right\}}{\left\{P\right\} S_1; S_2 \left\{R\right\}}$
   (ד) if_p: $\frac{\left\{B\left[b\right] \wedge P\right\} S_1 \left\{Q\right\} \quad \left\{\neg B\left[b\right] \wedge P\right\} S_2 \left\{Q\right\}}{\left\{P\right\} if\, b\, then\, S_1\, else\, S_2 \left\{Q\right\}}$
   (ה) $while_p$: $\frac{\left\{B\left[b\right] \wedge P\right\} S \left\{P\right\}}{\left\{P\right\} while\, b\, do\, S \left\{\neg B\left[b\right] \wedge P\right\}}$
   (ו) $cons_p$: $\frac{\left\{P'\right\} S \left\{Q'\right\}}{\left\{P\right\} S \left\{Q\right\}}$ אם לכל σ, $P\,\sigma$ גורר $P'\,\sigma$ ו-$Q'\,\sigma$ גורר $Q\,\sigma$.
3. כללי הרדוקציה בתחשיב למדא ללא טיפוסים:
   (א) $E-AppAbs$: $\left(\lambda x.t_{12}\right)t_2 \to t_{12}\left[x \mapsto t_2\right]$.
   (ב) $E-App1$: $\frac{t_1 \to t_1'}{t_1 t_2 \to t_1' t_2}$
   (ג) $E-App2$: $\frac{t_2 \to t_2'}{t_1 t_2 \to t_1 t_2'}$
   (ד) $E-Abs$: $\frac{t_1 \to t_1'}{\left(\lambda x.t_1\right) \to \lambda x.t_1'}$
4. כללי הרדוקציה בתחשיב למדא עם טיפוסים:
   (א) $E-AppAbs$: $\left(\lambda x : T.t_{12}\right)t_2 \to t_{12}\left[x \mapsto t_2\right]$.
   (ב) $E-App1$: $\frac{t_1 \to t_1'}{t_1 t_2 \to t_1' t_2}$
   (ג) $E-App2$: $\frac{t_2 \to t_2'}{t_1 t_2 \to t_1 t_2'}$
   (ד) $E-Abs$: $\frac{t_1 \to t_1'}{\left(\lambda x : T.t_1\right) \to \lambda x : T.t_1'}$
   (ה) $E-If1$: $if\, true\, then\, t_1\, else\, t_2 \to t_1$
   (ו) $E-If2$: $if\, false\, then\, t_1\, else\, t_2 \to t_2$
   (ז) $E-If3$: $\frac{t_1 \to t_1'}{if\, t1\, then\, t2\, else\, t3 \to if\, t_1'\, then\, t2\, else\, t3}$
5. ערכים בתחשיב למדא ללא טיפוסים: אבסטרקציות
6. ערכים בתחשיב למדא עם טיפוסים: אבסטרקציות, $true$, $false$
7. אסטרטגיות:
   (א) רדוקציה מלאה: ניתן להשתמש בכל הכללים ללא הגבלה
   (ב) CBN: אסור להשתמש בכללים $E-App2$ ו-$E-Abs$
   (ג) CBV:
      i. בכלל $E-AppAbs$ t_2 חייב להיות ערך
      ii. בכלל $E-App2$ t_1 חייב להיות ערך
      iii. אסור להשתמש בכלל $E-Abs$
8. קומבינטורים חשובים בתחשיב למדא ללא טיפוסים:
   (א) $test = \lambda l.\lambda m.\lambda n.l\, m\, n$
   (ב) $tru = \lambda t.\lambda f.t$
   (ג) $fls = \lambda t.\lambda f.f$
   (ד) $c_0 = \lambda s.\lambda z.z$, $c_1 = \lambda s.\lambda z.s\, z$, $c_2 = \lambda s.\lambda z.s\, s\, z$, ...
   (ה) $scc = \lambda n.\lambda s.\lambda z.s\ (n\, s\, z)$
   (ו) $plus = \lambda m.\lambda n.\lambda s.\lambda z.m\, s\ (n\, s\, z)$
   (ז) $times = \lambda m.\lambda n.m\ (plus\, n)\ c_0$
   (ח) $pair = \lambda f.\lambda s.\lambda b.b\, f\, s$
   (ט) $fst = \lambda p.\, p\, tru$
   (י) $snd = \lambda p.p\, fls$
   (כ) $zz = pair\, c_0\, c_0$
   (ל) $ss = \lambda p.pair\ (snd\, p)\ (plus\, c_1\ (snd\, p))$
   (מ) $prd = \lambda m.fst\ (m\, ss\, zz)$
   (נ) $sub = \lambda m.\lambda n.n\, prd\, m$
   (ס) $Y = \lambda f.\left(\lambda x.f\left(x\, x\right)\right)\left(\lambda x.f\left(x\, x\right)\right)$
9. כללי ההטפסה בתחשיב למדא עם טיפוסים:
   (א) $T-VAR$: $\frac{x : T \in \Gamma}{\Gamma \vdash x : T}$
   (ב) $T-TRUE$: $\frac{}{\Gamma \vdash true : Bool}$
   (ג) $T-FALSE$: $\frac{}{\Gamma \vdash false : Bool}$
   (ד) $T-IF$: $\frac{\Gamma \vdash t_1 : Bool \quad \Gamma \vdash t_2 : T \quad \Gamma \vdash t_3 : T}{\Gamma \vdash if\, t_1\, then\, t_2\, else\, t_3 : T}$
   (ה) $T-APP$: $\frac{\Gamma \vdash t_1 : T_{11} \to T_{12} \quad \Gamma \vdash t_2 : T_{11}}{\Gamma \vdash t_1\, t_2 : T_{12}}$
   (ו) $T-ABS$: $\frac{\Gamma, x : T_1 \vdash t_2 : T_2}{\Gamma \vdash \lambda x : T_1.t_2 : T_1 \to T_2}$ כאשר אין ביטוי מהצורה $\lambda x.t$ ב-Γ
10. יהי t ביטוי, נגדיר את A_t - קבוצת משוואות הטיפוסים המתאימה ל-t. לכל ביטוי s שמופיע ב-t ניצור משתנה-טיפוס α_s משלו. ואז:
    (א) לכל מופע $t_1 t_2$ נוסיף את $\alpha_{t_1} = \alpha_{t_2} \to \alpha_{t_1 t_2}$ ל-A_t.
    (ב) לכל מופע $fun\, x \to t'$, נוסיף את $\alpha_{fun\, x \to t'} = \alpha_x \to \alpha_{t'}$ ל-A_t.
11. כללי האבולאציה של $OCaml$:
    (א) $Constant$: $\frac{}{E \vdash v \Rightarrow v}$ לכל ערך בוליאני או מספרי
    (ב) Var: $\frac{E\left(x\right) = v}{E \vdash x \Rightarrow v}$
    (ג) Let: $\frac{E \vdash e_1 \Rightarrow v_1 \quad (x : v_1) :: E \vdash e_2 \Rightarrow v}{E \vdash let\, x = e_1\, in\, e_2 \Rightarrow v}$
    (ד) $App1$: $\frac{E \vdash e_1 \Rightarrow \left\langle E', (fun\, x \to e)\right\rangle \quad E \vdash e_2 \Rightarrow v_2 \quad (x : v_2) :: E' \vdash e \Rightarrow v}{E \vdash (e_1\, e_2) \Rightarrow v}$
    (ה) $Fun1$: $\frac{}{E \vdash (fun\, x \to e) \Rightarrow \langle E, (fun\, x \to e)\rangle}$
    (ו) $Letrec$: $\frac{E' \vdash e_2 \Rightarrow v}{E \vdash let\, rec\, f\, x = e_1\, in\, e_2 \Rightarrow v}$
    כאשר $E' = (f : \langle E', (fun\, x \to e_1)\rangle) :: E$.